

ІМОВІРНІСНІ МОДЕЛІ ОСВІТНІХ ПРОЦЕСІВ ТА СИСТЕМ

У статті з'ясовано особливості моделювання в освіті як невід'ємної складової організації управління та запропоновано ряд імовірнісних моделей, які є структурною частиною ієрархічної системи формальних образів, створених у межах системно-кібернетичного підходу.

Ключові слова: моделювання, освітні процеси та системи, системно-кібернетичний підхід.

Моделювання є одним з етапів загального процесу організації управління освітніми процесами і системами. Від якості створення моделей, що є специфічними образами об'єктів-оригіналів, залежить ефективність та результативність реалізації ряду управлінських дій. Саме тому розробка визначальних аспектів моделювання об'єктів освітньої сфери є актуальним завданням.

Здійснення процесу моделювання в освіті має свої особливості, які визначаються специфікою практичної реалізації освітньої діяльності, надмірною складністю завдань, що вирішуються при цьому, а також властивостями окремих структурних елементів систем.

Метою статті є з'ясування зазначених особливостей та створення ряду ймовірнісних моделей як невід'ємної складової ієрархічної системи формальних образів.

Свого часу у монографії [1, с. 285] нами було запропоновано специфічну “башту” моделей освітніх процесів та систем, створення якої відображало сутність такої гіпотези: якщо об'єкти-оригінали, стосовно яких здійснюється моделювання в освітній сфері, є складними ієрархічними багатовимірними системами, то й їх образи мають становити сукупність різномірних моделей, сформованих за допомогою окремих класів засобів моделювання, кожна з яких відображає відповідні властивості на різних рівнях ієрархії та узагальнення.

Відповідно до зазначеної вище “башти” моделей освітніх процесів і систем, клас імовірнісних моделей посідає у цій ієрархії найвищу сходинку. Решта моделей, котрі наведені нами у ряді публікацій [2–4] (від структурних до кібернетичних), відображають детерміновану складову освітніх процесів і поведінки систем. Однак розмаїття умов функціонування, організації й управління, видів ресурсів, впливів, критеріїв оцінювання, наявність носіїв інтелекту як структурних елементів, інформаційний характер усіх процесів, що реалізуються в освіті, визначають потребу врахування імовірнісних аспектів під час здійснення аналізу та синтезу.

Попередньо у ряді наукових публікацій одночасно з формуванням детермінованих моделей освітніх процесів та систем ми неодноразово зверталися до ймовірнісної форми запису їхніх параметрів і характеристик. Як окремі приклади реалізації цього виду моделювання в освітній сфері можна зазначити: визначення мети функціонування систем, що навчаються і самонавчаються [1]; якість моделі освітньої системи [5], моделі Буша – Естесата Буша – Мостеллера [6] тощо.

Узагальнення наведеної вище інформації щодо реалізації моделювання свого часу дало нам змогу запропонувати ймовірнісне трактування сутності по-

няття “якість” загалом та “якість реалізації освітніх процесів та управління ними” зокрема [5]. Далі по тексту статті наведемо декілька формальних імовірнісних конструкцій та в певному сенсі підб’ємо підсумок щодо викладу відповідного матеріалу стосовно побудови ієрархії моделей освітніх процесів і систем.

Поступовий розвиток освітніх процесів та систем, під яким ми будемо розуміти напрацювання усталеної поведінки в певних визначальних умовах, призводить, у першу чергу, до відповідних змін реакції окремих структурних елементів системи на зовнішній вплив, у тому числі й управлінський. У [1] до такого розвитку нами застосовано також термін “навчання”, однак у його кібернетичному сенсі.

Ймовірнісна модель, котра наведена нами далі, враховує ті обставини, що під час реалізації розвитку (“навчання”) освітньої системи в цілому кожен із сукупності структурних елементів змінює власну “поведінку” (“навчається”), напрацьовуючи відповідні ефективні та результативні алгоритми і технології її практичної реалізації.

Нехай процес “навчання” (розвитку) полягає у приведенні кількості припустимих станів кожного із сукупності елементів освітньої системи до певного оптимального за певним критерієм мінімуму. Тобто метою “навчання” для такої системи є мінімізація загальної кількості її припустимих станів (формування однозначного розуміння певної кількості понять, а також практичних навичок виконання дій) та збільшення ймовірності прийняття адекватного рішення (правильного вибору типу поведінки) кожним із загальної сукупності елементів, що входять до системи. Фактично в такій постановці завдання оптимізації процесів “навчання” або розвитку освітніх систем зводиться до класичної задачі математичного програмування.

Зменшення кількості припустимих станів i -го елемента n_i відбувається за рахунок набуття ними різноманітної інформації, у тому числі й управлінської $u(t)$, шляхом реалізації процесів “навчання” або розвитку. Рівень невизначеності керованої поведінки окремого i -го елемента освітньої системи (невпорядкованість його дій, рівень ентропії тощо) під час реалізації ним певної функції може бути оцінений за допомогою класичної формули міри невизначеності окремої спроби $H_i = \log n_i$ і з урахуванням динаміки процесу “навчання” (розвитку) та переходу до натуральних логарифмів виражений таким чином:

$$H_i(t) = \ln n_i(t). \quad (1)$$

Навчання (розвиток) окремого i -го елемента освітньої системи або процесу відбувається за рахунок споживання певної кількості інформації $I_i(t)$, яка компенсує існуючу невизначеність стосовно його поведінки. Тоді порція інформації $I_i(\Delta t)$, що передана цьому елементу за проміжок часу Δt , призводить до зменшення його ентропії на величину $\Delta H_i(\Delta t)$, тобто

$$I_i(\Delta t) = I_{\min i} \cdot \Delta t = -\Delta H_i(\Delta t), \quad (2)$$

де $I_{\min i}$ – мінімальна порція інформації (квант інформації), яка може бути передана i -му елементу і спожита ним за одиницю часу.

З (2) отримуємо:

$$I_{\min i} = \frac{\Delta H_i(\Delta t)}{\Delta t},$$

а спрямовуючи $\Delta t \rightarrow 0$ маємо:

$$I_{\min i}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} - \frac{\Delta H_i(\Delta t)}{\Delta t} = - \frac{dH_i(t)}{dt}. \quad (3)$$

Вважатимемо, що інформація, яка передається під час “навчання” окремому i -му структурному елементу освітньої системи, має лише управлінський характер – $u_i(t)$ і споживається ним з метою забезпечення оптимізації такого процесу “навчання”. При цьому, як правило, існує абсолютна межа величини обсягу управлінської інформації, котра може надходити у кожен окремий момент часу у зв’язку з тим, що реальні можливості формування такої інформації джерелом, а також пропускна здатність каналу її передачі є обмеженими. Це зумовлено об’єктивно існуючими і чинними на цей момент часу інформаційними, енергетичними, економічними, організаційними та іншими обмеженнями й умовами $u_i(t) \leq \vartheta_i, t \geq 0$.

У загальному випадку в кожен окремий момент часу t кількість управлінської інформації, яка надходить, $u_i(t)$ належить інтервалу $[0; \vartheta_i]$. Якщо ж $u_i(t) = 0$, то це відповідає тому факту, що даний i -й елемент є некерованим та не здійснює навчання (не змінює своєї поведінки і не напрацьовує нових алгоритмів і технологій її реалізації).

Тому, розв’язуючи відповідне диференціальне рівняння (3), отримуємо таке:

$$n_i(t) = n_{i0} \exp \left(\sum_{\tau=0}^t -u_i(\tau) d\tau \right), \quad i = 1, \dots, n, \quad t > 0 \quad (4)$$

Тобто набуто нами рішення диференціального рівняння є монотонно спадною експоненціальною функцією, показник якої залежить від динаміки надходження управлінської інформації. У нашому випадку це процес поступового напрацювання поведінки об’єктом “навчання” (розвитку). Інтеграл у показнику експоненти визначає обсяг накопиченої елементом інформації $I_i(t)$, а n_{i0} – кількість станів цього структурного елемента на початок періоду його “навчання”.

Загальна кількість можливих варіантів поведінки системи в цілому $n(t)$ є добутком чисельних значень можливих станів окремих елементів $n_i(t)$, що внаслідок введеної вище умови в певному сенсі відображає рівень ефективності її навчання:

$$n(t) = \prod_{i=1}^n n_i(t) = n_0 \exp(-I(t)), \quad (5)$$

$$\text{де } n_0 = \prod_{i=1}^n n_{i0}.$$

Таким чином, розмаїття поведінки об’єкта управління сфери освіти в процесі “навчання” (розвитку) монотонно (відповідно до експоненційної функції) зменшується залежно від обсягу надходження відповідної інформації, у тому числі й управлінської. Це цілком відповідає наведеним у [1] моделям процесів навчання.

Висновок щодо сутності й характеру наведеної вище моделі є таким: швидкість “навчання” (розвитку) освітньої системи, у першу чергу, визначається кількістю накопиченої нею інформації, а тому для збільшення цієї швидкості потрібно також забезпечити найбільший темп передачі управлінської інформації. Реальним освітнім системам притаманна властивість інерційності, крім того, перевищення певного максимального обсягу інформації, що надходить до системи і споживається нею, може знижувати ефективність “навчання” або стабілізувати її на певному рівні (ефект інформаційного насичення) [6].

Базою для ймовірнісного моделювання освітніх процесів та систем є окремі числові значення незалежних і результативних параметрів, визначені в певні моменти часу. Тому є сенс від аналізу безперервних функцій перейти до дискретних.

Зокрема, далі розглянемо освітню систему, що складається з n взаємозалежних елементів, інформація про функціонування яких надходить до системи управління у дискретні моменти часу. Тоді стан освітньої системи або процесу Z в k -й момент часу $Z^k = (Z_1^k, Z_2^k, \dots, Z_n^k) \in \Omega \subseteq \mathcal{K}^n$ визначається станами усіх структурних елементів $Z_i^k \in \Omega_i$ ($k = 1, 2, \dots, n$) в n -вимірному просторі \mathcal{K}^n .

Нехай функціонування зазначеної системи (реалізації процесу) задовольняє умови гіпотези, що в кожен окремий момент часу всі її складові елементи змінюють свій стан, “рухаючись” поступово в напрямі мети “навчання” (розвитку), а також описуються ітераційною процедурою такого виду:

$$Z_i^{k+1} = Z_i^k + \mathcal{G}_i^k [\psi_i(Z_{-i}^k - Z_i^k)], \quad k = 1, 2, \dots, \quad i = 1, \dots, n, \quad (6)$$

де $\psi_i(Z_{-i}^k)$ – поточна мета i -го елемента, котра залежить від поточного стану інших елементів, а параметри $\mathcal{G}_i^k = (\mathcal{G}_1^k, \mathcal{G}_2^k, \dots, \mathcal{G}_n^k)$, що вибираються ними, визначають величину швидкості навчання й мають довільний розподіл імовірностей.

Нехай точка, яка відповідає глобальній меті навчання, існує і є єдиною, та всі можливі траєкторії руху сходяться до неї (тобто всі можливі методики “навчання” досягають мети). Як міру “віддаленості” системи від становища рівноваги C , що їй відповідає меті, ми оберемо неузгодженість мети (ступінь невдачі процесу навчання) або похибку реалізації процесу досягнення мети навчання [7, с. 140]:

$$\Delta_n^k = \|c - Z^k\| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |c_i - Z_i^k|, \quad (7)$$

тобто, з геометричної точки зору, фактично відстань між точками Z та C в n -вимірному просторі параметрів. З урахуванням (6) отримаємо:

$$\Delta_n^k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |(c_i - Z_i^k)(1 - \mathcal{G}_i^k) + \mathcal{G}_i^k(c_i - \psi_i(Z^k))|. \quad (8)$$

Відповідно до положень теорії ймовірностей, при достатньо великих n оцінка неузгодженості має наближатися до такого середнього значення:

$$\overline{\Delta}_n^{k+1} = (1 - \overline{\mathcal{G}}_n^k) \Delta_n^k + \overline{\mathcal{G}}_n^k \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |c_i - \psi_i(Z^k)| \right), \quad \text{де } \overline{\mathcal{G}}_n^k = \sum_{i=1}^n \overline{\mathcal{G}}_i^k. \quad (9)$$

Доказ зазначеного вище факту можна, зокрема, реалізувати із використанням нерівності Чебишева. А тому дійсним є вираз:

$$P(|\Delta_n^{k+1} - \overline{\Delta}_n^{k+1}|) \rightarrow \varepsilon \quad (10)$$

при $n \rightarrow \infty$, де ε – мала величина.

Висновки. Дослідження моделей, наведених нами в цій публікації, дає змогу зробити такий висновок: якщо елементи системи не взаємодіють між собою, чи положення цілі не змінюється із часом, або ж зміна локальних цілей на кожному кроці навчання є досить малою, то середня неузгодженість (похибка досягнення мети навчання) може бути апроксимована експоненціальною кривою. У випадку стаціонарності положення мети модель наближається до звичайного диференційного рівняння, рішенням якого є експоненціальна функція.

Остання формула досить добре корелює із наведеними в монографії [1] формулами стосовно кібернетичного трактування мети управління освітніми

процесами в освітній сфері, що зайвий раз підтверджує правильність обраного нами шляху щодо визначення: характеру всіх освітніх процесів; параметрів функціонування освітніх систем та управління ними; критеріїв оцінювання їх якості; формалізованих засобів формування мети; відповідних моделей цих систем та процесів. Усі вони мають імовірнісні характер та сутність.

Список використаної літератури

1. Яблочников С.Л. Педагогічна кібернетика. Системно-кібернетичний підхід до управління в освіті : монографія / С.Л. Яблочников. – Вінниця : Планер, 2011. – 406 с.
2. Яблочников С.Л. Моделювання процесів управління освітніми системами в межах кібернетичного підходу / С.Л. Яблочников // Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія: Педагогіка. Соціальна робота. – Ужгород : УжНУ, 2008. – № 14. – С. 180–183.
3. Яблочников С.Л. Информационно-энтропийные модели трансформационных процессов в образовании / С.Л. Яблочников // Трансформация образования и мировоззрения в современном мире : материалы Междунар. науч. конф. (Минск, 22.10.2010 г.). – Минск : БГПУ, 2011. – С. 419–422.
4. Yablochnikov S. Dynamic Models of Management of Pedagogical Systems. IDIMT-2010. Information Technology – Human Values, Information and Economy. 18th Interdisciplinary Information Management Talks, September 8–10. – 2010. – Jindrichuv Hradec, Czech Republic. – P. 243–249.
5. Яблочников С.Л. Імовірнісний підхід щодо визначення категорії якості освіти / С.Л. Яблочников // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми : зб. наук. праць / ред. кол.: І.А. Зязюн (голова) та ін. – Київ ; Вінниця : Планер, 2009. – Вип. 21. – С. 119–124.
6. Ительсон Л.Б. Математические и кибернетические методы в педагогике / Л.Б. Ительсон. – Москва : Просвещение, 1964. – 248 с.
7. Яблочников С.Л. Застосування теорії великих систем до процесів управління якістю освіти / С.Л. Яблочников // Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів у процесі вивчення математичних дисциплін : матер. Всеукр. наук.-пр. конф. (Ялта, 8–10 листопада, 2007 р.). – Ялта : РВВ КГУ, 2007. – Вип.1. – С. 139–141.

Стаття надійшла до редакції 20.11.2012.

Яблочников С.Л. Вероятностные модели образовательных процессов и систем

В статье рассмотрены особенности моделирования в образовательной сфере как неотъемлемой части организации управления, а также разработано ряд моделей, которые являются частью иерархической системы формальных образов, созданных на основе системно-кибернетического подхода.

Ключевые слова: *моделирование, педагогические процессы и системы, системно-кибернетический подход.*

Yablochnikov S. Chance models of educational processes and systems

In given article features of modelling in educational sphere as an integral part of management, and also it is developed a number of models which are a part of hierarchical system of the formal images created on the basis of the system-cybernetic approach are considered.

Key words: *modelling, pedagogical processes and systems, the system-cybernetic approach.*